

EPREUVE D'EXERCICE D'APPLICATION

Exercice N° 4 (40 points)

Enoncé

Choisir un risque $\alpha = 0,05$ pour tous les tests.

On souhaite évaluer l'intérêt de thérapies susceptibles d'aider les fumeurs pour leur sevrage tabagique.

Questions

QUESTION N° 1 :

Afin de juger de l'efficacité d'un substitut nicotinique S, on constitue par tirage au sort deux groupes de 100 fumeurs chacun, l'un recevant S et l'autre un placebo. La consommation quotidienne X de cigarettes est notée avant et après le traitement. Les résultats sont les suivants :

	Substitut S (n = 100)		Placebo (n = 100)	
	moyenne	écart-type estimé	moyenne	écart-type estimé
X avant traitement : X_1	20,8	7,5	18,1	10,0
X après traitement : X_2	7,6	4,8	11,3	6,5
$X_1 - X_2$	13,2	6,0	6,8	8,0

- Les deux groupes ont-ils des consommations quotidiennes moyennes avant traitement différentes ?
- Existe-t-il un effet placebo sur la consommation de cigarettes ?
- Le traitement S est-il efficace ? Expliquer la stratégie et faire le test.

Proposition de réponse

a)

$$H_0(\mu_{IS} = \mu_{IP}) / H_1(\mu_{IS} \neq \mu_{IP})$$

$$z = \frac{|\bar{X}_{IS} - \bar{X}_{IP}|}{\sqrt{\frac{s_{IS}^2}{n} + \frac{s_{IP}^2}{n}}} = \frac{2,7}{\sqrt{\frac{7,5^2}{100} + \frac{10^2}{100}}} = 2,16 \Rightarrow z > 1,96 \Rightarrow \text{Rejet de } H_0$$

⇒ La différence entre les 2 groupes S et P avant traitement est significative.

b)

$$H_0(\mu_{DP} = 0) / H_1(\mu_{DP} > 0)$$

$$z = \frac{|\bar{d}_P|}{\frac{s_{DP}}{\sqrt{n}}} = \frac{6,8}{0,8} = 8,5 \Rightarrow z > 1,645 \text{ (unilatéral)} \Rightarrow \text{Rejet de } H_0 \Rightarrow \text{effet du placebo.}$$

\bar{d}_P : Moyenne des différences (avant - après) dans le groupe Placebo

EPREUVE D'EXERCICE D'APPLICATION

Exercice N° 4 (40 points)

DP : Différence (avant - après) dans le groupe Placebo

c)

La consommation avant traitement étant différente entre les 2 groupes S et P, il faut tenir compte des valeurs initiales et donc comparer les moyennes des différences.

$H_0(\mu_{DS} = \mu_{DP}) / H_1(\mu_{DS} > \mu_{DP})$

$$z = \frac{|\bar{d}_S - \bar{d}_P|}{\sqrt{\frac{s_{DS}^2}{n} + \frac{s_{DP}^2}{n}}} = \frac{6,4}{\sqrt{\frac{6^2 + 8^2}{100}}} = 6,4 \quad z > 1,645 \text{ (unilatéral)} \Rightarrow \text{Rejet de } H_0$$

\Rightarrow la substance S est efficace.

QUESTION N° 2 :

L'efficacité d'un traitement à base de patches anti-tabac est testée sur un groupe de 100 fumeurs.

Six mois après le traitement, on constate que 57 personnes ont arrêté de fumer. Peut-on conclure qu'une proportion de sujets supérieure à 50% a cessé de fumer six mois après le traitement ?

Proposition de réponse

$H_0: p = p_0 \quad H_1: p \neq p_0$

$$f = \frac{57}{100} = 0,57 \quad z = \frac{|f - p_0|}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,07}{\sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{100}}} = 1,4 \Rightarrow z < 1,645 \text{ Non rejet de } H_0$$

Conditions d'application vérifiées : effectifs théoriques ($100 \times 0,5 = 50$) ≥ 5

\Rightarrow on ne peut pas conclure que la majorité a arrêté de fumer six mois après le traitement.

QUESTION N° 3 :

Pour évaluer le bénéfice de trois thérapies alternatives, on constitue trois groupes de 50 fumeurs chacun. Le groupe A est traité par acupuncture, le groupe B par auriculothérapie et le groupe C suit une psychothérapie de groupe. On constate que 72 % des fumeurs du groupe A, 66 % du groupe B et 54 % du groupe C ont diminué leur consommation de cigarettes.

La baisse de la consommation de tabac dépend-elle de la thérapie alternative ?

Proposition de réponse

Test d'indépendance du Khi-deux

EPREUVE D'EXERCICE D'APPLICATION

Exercice N° 4 (40 points)

H0 : indépendance entre la consommation de tabac et le type de thérapie

H1 : liaison entre la consommation de tabac et le type de thérapie

<u>tableau des effectifs</u>	groupe A		groupe B		groupe C		total
	n_i	c_i	n_i	c_i	n_i	c_i	
baisse de la consommation de tabac	36	32	33	32	27	32	96
non baisse	14	18	17	18	23	18	54
total	50		50		50		150

Conditions d'application du Khi-Deux vérifiées (indépendance des observations et effectifs théoriques sous H0 supérieurs ou égaux à 5).

$$ddl = 2 \Rightarrow \chi_{\alpha}^2 = 5,991$$

$$\chi_{obs}^2 = \sum \frac{(n_i - c_i)^2}{c_i} = (4^2 + 1^2 + 5^2) \times \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{18}\right) = 3,646$$

$$\Rightarrow \chi_{obs}^2 < 5,991 \Rightarrow \text{Non rejet de } H_0$$

⇒ On ne montre pas de liaison significative entre la thérapie alternative et la baisse de la consommation de tabac.

QUESTION N° 4 :

Afin de contrôler la prise de poids qui peut accompagner le sevrage tabagique, l'augmentation du poids Y en fonction de la durée du sevrage Δt est notée. Sur un échantillon de 18 fumeurs, le coefficient de corrélation entre Δt et Y est égal à 0,60.

Existe-t-il une corrélation positive entre l'augmentation du poids et la durée du sevrage ?

Proposition de réponse

$$H_0 (\rho = 0) / H_1 (\rho \neq 0)$$

$$ddl = 16 \Rightarrow t_{\alpha} = 2,120$$

$$t = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} = \frac{0,6 \times 4}{\sqrt{1-0,6^2}} = 3,0$$

$$\Rightarrow t > 2,120 \Rightarrow \text{Rejet de } H_0$$

⇒ corrélation linéaire significative entre Δt et Y donc entre la durée du sevrage et l'augmentation du poids.